Les conditions d'implantation des plans de prévention des risques naturels : une approche par la théorie des options réelles

Gérard MONDELLO

Cahiers d'économie et sociologie rurales, n° 73, 2004

Gérard MONDELLO*

How to implement prevention policies against natural hazards ? A real options theory approach

Summary *- The Natural Risk Prevention Plans* (plans de prévention des risques naturels, PPRN*) were founded in France by the law of February 2, 1995. The characteristic of these plans is to create significant natural areas free of any construction with the aim to protect human lives and the goods of any natural accident occurrence. This concerns the floods, the landslides, the avalanches and the forest fires. In theory, the area delimitation chosen by the services of the prefecture is carried out in dialogue with the municipalities. In fact, the degree of freedom of the concerned municipalities is quite weak. Hence, in most of the cases, the PPRNs are imposed. For a few years, the elected officials have wished to enter into a true negotiation with the prefectures in order to limit the economic impact of these plans. Indeed, in certain communes, the natural risks are varied and a commune can "suffer" under several PPRNs. As a consequence, it can constitute a brake with its development projects.*
This article aims at defining the methods which would allow the setting up of negotiation procedures between the regulator and the communes relative to the set-aside of areas concerned by a PPRN. We consider the forest fire risk. It is shown that in some cases, it is possible to make a trade-off between, at one side, the defence of the considered area with at the same time its economic exploitation and, at the other side, the complete set-aside of this one. In this direction, a real option model is developed. The patrimonial value of the area is determined considering its potential economic activity. From this value, the value of the means of prevention is determined as an option value. After studying some simulations that show the importance of the knowledge of the major t *probabilities, we test the model from an empirical study carried out in the Maritimes-Alps over the period 1973-2002.*

Key-words :
prevention policies, natural hazard, forestfire, real options

Les conditions d'implantation des plans de prévention des risques naturels : une approche par la théorie des options réelles

Résumé – Les plans de prévention des risques naturels (PPRN), instaurés en France par la loi du 2 février 1995, ont pour caractéristique principale de créer des zones inconstructibles afin d'éviter de mettre en danger des vies humaines et de porter atteinte aux biens. Ces plans concernent les inondations, les mouvements de terrain, les avalanches et les incendies de forêt. En théorie, la délimitation territoriale est réalisée par les services de la préfecture, en concertation avec les municipalités. En fait, le degré de liberté de ces dernières est faible, aussi, dans la plupart des cas, le plan est-il imposé. Depuis quelques années, les élus désirent engager une véritable négociation avec les préfectures afin de limiter l'impact de ces plans. En effet, dans certaines communes, les risques naturels sont variés et une commune peut se voir imposer plusieurs PPRN qui peuvent parfois freiner ses projets de développement.
L'objet de cet article est de définir les modalités économiques qui permettraient la mise en place de procédures de négociation entre l'administration et les communes relativement au gel des zones à intégrer dans les PPRN. Nous prenons appui sur les plans de prévention de risque incendie pour montrer que, dans certains cas, il est envisageable de mettre en balance, d'une part, la défense de la zone et l'autorisation de son exploitation économique et, d'autre part, le gel complet de celle-ci. Nous développons pour cela un modèle d'option, à partir de la théorie des options réelles. Nous déterminons la valeur patrimoniale de la zone visée par l'administration en considérant son activité économique potentielle. À partir de cette valeur, nous déterminons la valeur des moyens de prévention comme une valeur d'option. Après l'étude de quelques simulations destinées à montrer l'importance de la connaissance des probabilités d'accident majeur, nous testons le modèle à partir d'une étude empirique réalisée dans les Alpes-Maritimes sur la période 1973-2002.

Mots-clés :
plan de prévention des risques naturels, incendie de forêts, options réelles

* *GREDEG – CNRS, 250 rue Albert Einstein, 06560 Valbonne*
e-mail : mondello@idefi.cnrs.fr

L'auteur remercie les deux rapporteurs et l'un des co-éditeurs qui ont permis par leurs remarques d'améliorer la présentation de cet article. Toutes erreurs ou omissions restantes sont, bien évidemment, de la seule responsabilité de l'auteur.

LES plans de prévention des risques naturels (PPRN) sont des mesures conservatoires, appliquées au niveau local (les communes), afin d'assurer une meilleure prévention et la protection des personnes et des biens face à l'occurrence de catastrophes d'origine naturelle. Leurs caractéristiques sont définies dans un cadre législatif national et les modalités de leur instauration sont locales, décidées au niveau des départements, sous l'autorité des préfets. Les plans de prévention des risques naturels prévisibles institués par la loi du 2 février 1995 doivent simplifier l'ancien dispositif réglementaire [1].

Dans les zones géographiques considérées comme particulièrement exposées, ces plans consistent à exclure toute construction pérenne à vocation d'habitation, industrielle, commerciale ou agricole. La mise en œuvre de ces plans est théoriquement laissée à la discrétion des instances locales, cependant, celle-ci suppose une concertation entre les pouvoirs publics locaux et les populations concernées. Les discussions portent, en général, sur la circonscription des zones géographiques à protéger et des modalités de prévention. Les mesures de prévention concernent essentiellement le gel de certains périmètres qui deviennent inconstructibles. En effet, les plans de prévention sont destinés principalement à protéger les populations et non à préserver des espaces naturels. Il en est ainsi pour les plans de prévention des risques d'incendies de forêt (PPRIF) qui seront l'objet de notre attention dans cet article.

Ces mesures peuvent affecter les plans de développement des communes, notamment si les zones à protéger sont particulièrement étendues et si les risques naturels se cumulent (incendies, inondations, éboulements, etc.), ce qui est le cas, par exemple, de beaucoup de communes aux contreforts de massifs montagneux ou de villes côtières. La superposition de PPRN peut, ainsi, restreindre considérablement le territoire viable des communes et affecter leurs plans d'expansion et de développement. Cette pression se traduit par une perte économique que les municipalités admettent mal si les dispositions apparaissent arbitraires et insuffisamment justifiées. La question est alors de savoir dans quelle mesure l'Etat peut envi-

[1] Les PPRN remplacent les plans d'exposition aux risques (PER), les périmètres de risques délimités en application de l'article R.111-3 du code de l'urbanisme, les plans de surfaces submersibles (PSS) et les plans de zones sensibles aux incendies de forêt (PZSIF). Leur réalisation est totalement déconcentrée, sous l'autorité du préfet de département. La loi du 2 février 1995, relative au renforcement de la protection de l'environnement, a prévu plusieurs dispositions portant sur les risques naturels. Les PPRN s'adressent *in fine* à la collectivité par l'intermédiaire des pouvoirs publics locaux (régions, départements, communes). Il est alors légitime de chercher à déterminer les conséquences économiques et financières de tels plans sur l'activité économique en général.

sager des mesures d'accompagnement destinées à compenser les pertes économiques subies [2].

Les coûts des plans de prévention sont particulièrement difficiles à évaluer *a priori*. Aussi, l'objet de cet article consiste à faciliter cette évaluation en modélisant la valeur théorique des zones à protéger et les coûts de leur prévention. Cette procédure contribue à apporter une base de négociation entre l'administration et les communes relativement à l'instauration des PPRN. Pour traiter ces questions, notre démarche repose sur une application de la théorie des options réelles utilisée pour évaluer les choix des investissements privés et publics. Cette théorie a une origine financière ; elle a été appliquée pour valoriser les actifs financiers dérivés. Ses concepteurs originaux sont notamment Merton (1973) et Black et Scholes (1973). Cette théorie a également été appliquée à l'évaluation des investissements réels, sous l'impulsion des travaux synthétiques de Pindyck et Dixit, en 1994. Depuis lors, elle est reprise régulièrement dans des travaux de recherche couvrant un grand nombre de domaines.

Notre objet sera de déterminer la valeur patrimoniale d'une zone que l'administration envisage de rendre inconstructible, à partir d'un modèle d'options réelles inspiré de Clark et Mondello (2000a ; 2000b). À l'aide de cette variable, on estimera la valeur des moyens de prévention définie alors comme une valeur d'option, afin de mettre en balance les avantages de la mise en place d'une protection de la zone en vue d'une exploitation économique et l'interdiction de toute construction. Après l'étude de quelques simulations destinées à montrer qu'il est important de connaître les probabilités d'accident majeur, nous proposons une méthodologie d'évaluation qui prend pour base d'estimation des risques une étude empirique des incendies de forêts dans les Alpes-Maritimes sur la période 1973-2002.

SPÉCIFICITÉS ÉCONOMIQUES DES PATRIMOINES À ÉVALUER

Chaque risque naturel présente des caractéristiques spécifiques malgré, parfois, certaines similitudes quant à leurs effets destructeurs immédiats. Cela signifie que les modalités d'occurrence d'un aléa, les distributions de probabilité, les conséquences à moyen et long termes sont

[2] Par exemple, un fonds de prévention des risques majeurs, alimenté par la surprime « catastrophes naturelles » des contrats d'assurance, a été institué après le vote de la loi de 1995. Il représente environ 19,7 millions d'euros par an. Sur ce fonds, sont financées des opérations d'expropriations. Au 1er août 1998, 26,4 millions d'euros avaient été versés par le fonds de prévention des risques majeurs depuis sa mise en place en 1995. L'arrêté du 24 juillet 2003 fixant le taux de prélèvement du fonds de prévention des risques naturels majeurs stipule désormais que : *« Le taux de prélèvement du fonds de prévention des risques naturels majeurs sur le produit des primes ou cotisations additionnelles relatives à la garantie contre le risque de catastrophes naturelles prévues à l'article L. 125-2 du code des assurances est fixé à 2 % »*.

différentes d'une catégorie de risque à une autre. Cela nécessite pour chacun un traitement propre.

En ce qui concerne les PPRIF, la question de la préservation de la forêt n'est pas l'objectif recherché par l'administration. Cet effet peut être considéré comme une externalité associée à la mise en place de ces plans. Il s'ensuit que la procédure d'évaluation conduit à distinguer deux dimensions.

La première, sans doute la moins importante eu égard à l'objet propre des plans de prévention, concerne la préservation de la forêt en elle-même. Dans le cas qui nous préoccupe, l'évaluation de ce patrimoine n'a de sens que par rapport à sa valeur économique directe et indirecte. À ce titre, elle sera intégrée dans la formule globale de définition de la valeur du patrimoine économique.

La deuxième dimension concerne l'évaluation des activités économiques associées à la mise en place d'un PPRIF. Les éléments peuvent en être à la fois publics (évolution des recettes municipales, par exemple) et privés (déplacement d'activité, modification de plan locaux d'urbanisme (PLU), etc.). On peut évaluer alors l'impact de l'instauration d'un PPRIF sur le niveau de l'activité de la commune. Cette activité peut intégrer plusieurs dimensions synthétisées dans une valeur représentative qui est un flux de revenus évoluant de façon stochastique dans le temps. Au total, une fraction du revenu global inclut les bénéfices directs et indirects de l'exploitation active ou passive de la forêt. Les autres déterminants du revenu sont constitués par les activités économiques présentes et futures (projets immobiliers ou de création de zones d'activité, par exemple). La valeur de l'actif est appréciée en intégrant les risques de destruction liés à l'occurrence d'un incendie majeur.

Notre étude est focalisée sur les forêts à faible valeur économique comme la forêt méditerranéenne. L'existence de telles forêts complique la procédure d'évaluation de l'actif à protéger. En effet, le problème est alors de deux ordres. Le premier concerne l'évaluation proprement dite de l'actif, le second consiste à définir les moyens financiers à engager pour le protéger.

Concernant le premier aspect, de nombreuses méthodes d'évaluation existent : il s'agit des « méthodes d'évaluation contingente ». Ces techniques évaluent le consentement à payer des agents concernés pour protéger un site ou un écosystème donné[3]. Elles présentent des biais assez forts, car elles reposent sur un processus de révélation des préférences fondé sur la participation non financière des agents qui doivent révéler,

[3] Voir les travaux de Hanemann (1984), ainsi que les travaux de Bateman et Willis (1995) et Bateman (1993).

suivant des procédés assez divers, le montant monétaire dont ils seraient prêts à s'acquitter pour protéger l'écosystème en question[4].

Comme le degré d'exploitation directe de la forêt méditerranéenne est relativement faible, c'est par l'impact sur l'activité économique qu'on peut appréhender les conséquences des incendies de forêt et qu'on peut tenter d'apprécier les conséquences économiques d'un PPR[5]. La référence à cet actif spécifique tient au fait que l'analyse, bien que centrée sur l'évaluation des actifs économiques, doit tenir compte des aléas présentés par un incendie de forêt. Depuis les travaux de Fons (1946) et Catchpole *et al.* (1989), on sait que les incendies de forêt suivent un processus aléatoire stochastique. Le feu est une succession de départs de foyers gouvernés par des phénomènes physiques. Cela conduit à considérer un incendie comme une série d'évènements aléatoires. Cela signifie qu'il peut aussi bien être rapidement circonscrit qu'échapper au contrôle des secours. Les dégâts peuvent se limiter à quelques hectares de forêt détruits ou déboucher sur un incendie majeur. L'examen de séries statistiques d'incendies sur trente ans montre que, dans certaines communes, la fréquence des incendies est faible, mais les dégâts occasionnés peuvent correspondre à plusieurs milliers d'hectares de forêts, des ravages d'habitation, voire des pertes en vies humaines.

Dans ce qui suit, nous ne considèrerons pas le dommage en tant que tel, mais l'impact du dommage sur le niveau de l'activité économique. Ainsi, les dommages associés à une catastrophe naturelle peuvent-ils avoir pour conséquence de déprimer totalement la demande ou la production locale ou encore l'activité économique. Cette conséquence peut survenir brutalement.

Évaluation de l'actif naturel : exposé de la méthodologie

Évaluer l'impact de la mise en place d'un PPR nécessite l'évaluation préalable du patrimoine susceptible d'être protégé. En effet, l'une des principales caractéristiques de ce type de plan est de geler définitivement les constructions à vocation économique ou résidentielle par la

[4] Concernant les questions plus précises relatives à l'évaluation des services fournis par une forêt, on consultera les articles de Desprès et Normandin (1996) et Benson (1992).

[5] Les caractéristiques économiques du patrimoine environnemental considéré sont fondamentales. La problématique de la préservation d'une forêt sera complètement différente suivant que celle-ci est exploitée économiquement pour ses ressources, ce qui en fait un capital productif au même titre qu'un établissement de production industrielle par exemple, ou qu'elle demeure improductive, en tant qu'élément domanial d'une nation. L'absence d'exploitation directe d'une forêt n'exclut pas la réalisation de revenus indirects liés, par exemple, à une activité touristique donnée. Sa conservation peut s'expliquer comme facteur de régularisation météorologique, sa disparition pouvant accroître l'instabilité des terrains ou favoriser une instabilité de la pluviométrie qui agit sur l'activité agricole locale ou sur l'activité touristique. Ces facteurs indirects ne peuvent s'apprécier qu'au cas par cas.

délimitation de zones dites « rouges » qui deviennent inconstructibles. Suivant l'étendue de la zone visée, les conséquences économiques pour la commune qui installe de tels plans peuvent correspondre à de véritables pertes en termes d'emploi, de ressources financières liées à la fiscalité locale, etc. À ces pertes publiques s'ajoute une évolution de la valeur du patrimoine des particuliers qui peut subir des pertes importantes (déclassification du patrimoine immobilier de zone constructible à zone inconstructible).

Le point de départ de l'analyse est de se référer à la théorie des processus stochastiques aléatoires. Pour celà, on considère l'évolution temporelle d'une variable stratégique correspondant, par exemple, à un prix ou des revenus (revenus économiques, fiscaux, etc.). La variable de départ est constituée des flux de revenus engendrés par l'ensemble des activités économiques de la zone considérée. Celle-ci évolue aléatoirement dans le temps. Techniquement, cette évolution peut être scindée en deux parties. La première correspond à une part déterministe qui traduit le mouvement de fond de l'activité économique sur la longue période. La deuxième composante traduit les évolutions stochastiques aléatoires qui sont des réponses à une succession de chocs qui vont influer sur de courts intervalles de temps. La nature de ces chocs est au moins de deux ordres. Il peut s'agir de chocs répétés de faible amplitude et de chocs aux conséquences plus importantes, mais à la fréquence plus faible. Les premiers types obéissent à un mouvement dit « brownien », ils correspondent à de faibles fluctuations aléatoires ; les seconds, en revanche, correspondent à des « sauts » aléatoires de plus grande ampleur qui peuvent être traduits dans notre contexte par l'occurrence d'incendies. Ils sont formalisés par un processus dit de « Poisson ». Dans ce qui suit, les deux types d'aléas seront combinés.

Relations de base du modèle : la détermination de la valeur de l'actif

Pour faire écho à ce qui précède, on considérera que les flux de revenus liés à l'activité productive (industrie, tourisme, par exemple) perçus par la commune sous forme de fiscalité, droits, redevances, etc., permettent de déterminer la valeur du capital « social » de la commune. Ces flux de revenus évoluent de façon stable (activité normale) et sont soumis à des fluctuations aléatoires correspondant aux chocs mentionnés plus haut.

On considère alors l'ensemble de ces revenus agrégés et on les représente par une variable $x(t)$ qui correspond au niveau de l'activité économique à laquelle participe le patrimoine afférent à la zone potentiellement soumise à un PPRN. On considère que cette variable dépend de deux variables aléatoires : une variable de valeur ou de prix $P(t)$ qui représente la part de dépense par unité de $D(t)$, où $D(t)$ correspond au volume des flux physiques de la zone (fréquentation touristique, marchandises échangées, etc.)[6].

Ainsi, la fonction de revenu peut-elle se comprendre comme une fonction de $P(t)$ et de $D(t)$,

$$x(t) = H[D(t), P(t)] = D(t) \,.\, P(t) \tag{1}$$

où $P(t)$ est le revenu dépensé par unité de volume.

$D(t)$ et $P(t)$ suivent un processus aléatoire stochastique correspondant à un mouvement brownien pour le premier et à un processus de Poisson pour le second.

L'évolution des deux processus est représentée comme suit :

$$dP(t) = \alpha P(t)dt + \sigma P(t)dz(t) \tag{2}$$

où α représente le taux d'accroissement déterministe du processus, σ est l'écart-type de $dP(t)/P(t)$, $dz(t)$ est un processus de Wiener d'espérance nulle et de variance égale à dt. Concernant les quantités, $D(t)$, on considère que l'occurrence d'un accident correspond à un saut et, de ce fait, sera matérialisée par la représentation du processus de Poisson suivant[7] :

$$d\,D(t) = \begin{cases} -W \text{ avec une probabilité de } \lambda dt \\ 0 \text{ avec une probabilité de } 1 - \lambda dt \end{cases} \tag{3}$$

Les conséquences d'un incendie majeur peuvent se répercuter sur le niveau de la demande ou le niveau du volume d'activité. Ainsi, W représente une perte brutale de revenu qui fait suite à un sinistre de portée significative. Par exemple, la perte partielle d'un site remarquable peut induire des pertes financières importantes pour le tourisme local (forêt domaniale ou phénomène de marée noire sur un site touristique renommé). Ces évènements n'ont pas une fréquence annuelle telle qu'ils puissent être représentés par une distribution de type loi normale. La loi de Poisson donne une bonne illustration du phénomène. Ainsi, soit λ, le taux d'occurrence moyen d'un évènement durant un intervalle de temps

[6] Plus précisément, $D(t)$ représente des quantités physiques au sens de la comptabilité nationale. $P(t)$ est un indice de prix. Distinguer ces deux variables permet de dissocier les sources de variation aléatoire. Ainsi, $P(t)$ varie suivant, par exemple, l'indice de prix de l'économie, tandis que $D(t)$ répercute plus amplement les variations de l'activité dues aux conditions locales. Ainsi, on peut prendre l'exemple d'une marée noire (ou d'un grand incendie) affectant une zone touristique. Les variations soudaines de la demande (baisse d'activité due à une désertion touristique) seront répercutées sur $D(t)$, tandis que $P(t)$ peut correspondre à l'indice macro-économique des prix. $D(t)$ n'est pas véritablement une 'demande globale' ; elle exprime simplement des quantités.

[7] Pour simplifier l'exposé, on supposera que le niveau de volume des quantités physiques est constant, ce qui permet d'avoir un taux d'évolution déterministe de la tendance égal à 0.

infinitésimal de longueur dt, la probabilité qu'un sinistre se produise est donnée alors par λdt[8].

Une distribution des variations de la demande « régulière » est représentée par le mouvement brownien des variations de la demande. En revanche, les variations brutales le sont par un saut de type « Poisson ».

Nous avons réduit la demande à sa seule composante accidentelle. On peut considérer, en effet, que la composante stable de la demande est constante et permet de se focaliser sur les seules conséquences d'un accident. Pour donner un traitement analytique de la question, nous appliquons le lemme d'Itô (annexe 1).

Pour cela, on sait que :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial P^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial D^2} = 0, \text{ et } \frac{\partial H}{\partial P \partial D} = 1 \,. \tag{4}$$

En considérant l'espérance des dommages $E(dD)$, la différenciation totale de H s'écrit :

$$dx = dH = PdD + DdP + dP\, dD = P[-WD\lambda dt] +$$
$$D[\alpha P(t)dt + \sigma P(t)dz(t)] + [-WD\lambda dt]\,[\alpha P(t)dt + \sigma P(t)dz(t)] \tag{5}$$

où W correspond au montant total de dommage occasionné par la réalisation du risque considéré comme naturel. Comme $dt^2 \to 0$, $dtdz \to 0$, en conséquence :

$$dx(t) = (\alpha - W\lambda)x(t)dt + \sigma x(t)dz(t) \tag{6}$$

On peut remarquer que la probabilité d'occurrence d'un accident influe sur l'espérance de gain du projet et laisse l'intervalle des variations aléatoires inchangé. La question qui peut se poser est alors de savoir si le fait d'avoir réduit la demande à sa seule composante aléatoire accidentelle n'explique pas ce résultat. Nous allons considérer une autre composante aléatoire de la demande, celle d'un processus brownien correspondant aux écarts aléatoires que l'on peut constater d'une année sur l'autre. Ainsi, l'équation de la demande peut s'exprimer comme suit :

$$dD(t) = vD(t)dw - D(t)\lambda W dt \tag{7}$$

Le paramètre v est l'écart-type d'une variation attendue dans les variables de quantité (potentiellement, la demande). La variable dw est un processus de Wiener de moyenne zéro et de variance dt. La relation entre D et P est représentée par $dwdz = \rho dt$ où $\rho \in [-1; 1]$. Cette valeur

[8] Où dt est une fraction de t. Ainsi, la probabilité pour que l'évènement se produise, sur un intervalle dt qui est une fraction de t, est de λdt ; et la probabilité pour qu'il ne se produise pas est $1 - \lambda dt$.

correspond à la corrélation instantanée entre D et P. L'équation (6) après quelques manipulations[9] se réécrit :

$$dx(t) = (A - W\lambda)x(t)dt + \psi ds \qquad (10)$$

Nous pouvons à présent, compte tenu de la nouvelle équation du mouvement du revenu global, estimer la valeur $V(x)$ du projet ou du patrimoine à protéger. Par des méthodes de calcul standard, données en annexe 2 de cet article, on détermine la valeur de l'actif qui est alors égale à :

$$V(x) = \frac{x}{\delta} - \frac{C}{r} \qquad (11)$$

Nous pouvons décomposer l'équation (11) pour réécrire la valeur de l'actif comme suit :

$$V(x) = \frac{x}{\delta} - \frac{C}{r} = \frac{x}{\mu - A + \lambda W} - \frac{C}{r} \qquad (12)$$

Cette dernière équation indique que la valeur du projet est égale à la valeur actualisée des flux nets de revenu où x est escompté au taux de revenu ajusté moins le coût C actualisé au taux d'intérêt sans risque r. On notera que la part de risque associée à un éventuel accident pèse sur le taux d'actualisation et diminue d'autant la valeur du projet. La valeur actualisée intègre le risque d'un incendie majeur. À titre anecdotique, on notera que le dénominateur du facteur d'actualisation peut prendre des valeurs négatives : pour éviter cela, les auteurs émettent l'hypothèse que $\mu - A > 0$ (Pindyck et Dixit, 1994). À titre moins anecdotique, on notera que la prise en compte du risque d'incendie « pèse » sur le facteur d'actualisation.

ÉVALUATION DES MOYENS DE PRÉVENTION

Ayant déterminé la valeur de l'actif, nous sommes en mesure à présent de définir la valeur financière à mobiliser afin d'assurer la prévention nécessaire des dommages. On détermine un certain montant associé à la va-

[9] En opérant comme précédemment, nous obtenons :

$$\begin{aligned} dx &= PdD + DdP + dPdD \\ &= P[vD(t)dw - D\lambda Wdt] + D[\alpha P(t) + \sigma P(t)dz(t)] \\ &\quad + [vD(t)dw - D\lambda Wdt]\,[\alpha P(t)dt + \sigma P(t)dz(t)] \end{aligned} \qquad (8)$$

En utilisant les résultats standard : $dt^2 \rightarrow 0$, $dtdw \rightarrow 0$, $dtdz \rightarrow 0$, le système peut s'écrire :

$$dx(t) = (\alpha - \lambda W + \sigma \upsilon \rho)x(t)dt + vx(t)dw + \sigma x(t)dz(t). \qquad (9)$$

En posant :

$$\alpha + \sigma\upsilon\rho - W\lambda = A - W\lambda$$

$$\psi = \sqrt{\omega^2 + \sigma^2 + 2\omega\sigma\rho}$$

$$ds = (\upsilon d\omega + \upsilon dz)/\sqrt{\omega^2 + \sigma^2 + 2\omega\sigma\rho}$$

leur de l'actif. Cette valeur peut être assimilée à la couverture assurantielle d'un dommage. Si I désigne le montant destiné à couvrir les dépenses de prévention, alors, on peut envisager de mettre en œuvre un telle politique si et seulement si $V(x) - I > 0$. Déterminer les moyens financiers destinés à la prévention revient à calculer une prime d'assurance dont l'objet est de couvrir les conséquences d'un dommage. On assimile cette prime à une option de telle sorte que si le coût de l'actif est supérieur au gain estimé alors l'option sera abandonnée (ici la couverture ne sera pas assurée). Nous reviendrons sur ce point plus tard.

Soit $F(x)$, la valeur de cette option, l'option sera exercée si $V(x) - I > 0$. Ceci revient à dire que réaliser les dépenses prévues pour la prévention correspond à une réalité financière justifiée par le fait que le revenu (direct et indirect) réalisé par l'actif de valeur $V(x)$ est suffisant. Sinon, l'investissement est abandonné. Cela signifie que la valeur de l'option est égale à :

$$F(x) = Max[V(x) - I, 0] \tag{13}$$

À l'équilibre, pour une valeur de x^*, la relation suivante doit être satisfaite :

$$F(x^*) = V(x^*) - I \tag{14}$$

Cette condition est une condition aux bornes que nous utiliserons plus bas. Quel est le statut de I ? Dans la littérature sur la théorie des options réelles, il correspond à un coût irrécouvrable (Pindyck et Dixit, 1994). En fait, I correspond, sans s'y assimiler, au prix d'exercice *(strike price)* de la théorie financière. Pour un intervalle T, il peut exister plusieurs prix d'exercice auxquels correspond une valeur d'option associée[10]. Cette dernière fluctue de la période de formation de l'option jusqu'à T. Dans le contexte présent, ce coût est unique et considéré de ce fait comme irrécouvrable. Ainsi, s'il s'avère que le coût d'opportunité d'investir, représenté par la valeur d'option $F(x)$, se révèle positif, alors la valeur de l'actif $V(x)$ est supérieure à I et vérifie :

$$F(x) = V(x) - I > 0 \tag{15}$$

Ici, le statut de I dépend de la destination du patrimoine. Considérons, à ce titre, deux cas polaires. Ainsi, pour le premier, si l'administration envisage de « geler » la zone sur laquelle la commune avait décidé d'instaurer une zone d'activité, alors la valeur patrimoniale de l'activité est représentée par $V(x)$. Pour conserver $V(x)$, la commune décide de « défendre » la zone par des investissements de prévention, I représentera la totalité des moyens affectés à cette défense. Cette valeur est le montant maximum que la commune est prête à investir. Elle ne le fera que si la relation ci-dessus

[10] Pour vérifier cela, il suffit de consulter les cours des titres dérivés et constater que, pour une période donnée, il peut exister plusieurs prix d'exercice, parfois contradictoires, prix auxquels correspond une valeur d'option associée.

est vérifiée. À l'équilibre, les relations entre I et V sont définies par la formule ci-dessus.

Pour le deuxième cas, si l'administration considère que la zone est fragile et ne peut être défendue, la commune risque de perdre $V(x)$. Alors, le montant I représentera la compensation requise par la commune dans un processus de négociation avec l'administration. Ce montant correspond à une compensation destinée à recouvrir au moins $V(x)$. Bien évidemment, dans ce cas, $V(x) - I$ constitue une base de négociation. En général, la situation se trouve entre les deux cas évoqués. Une situation telle que $V(x) - I < 0$ signifie que la zone est indéfendable et le plan de prévention peut être établi sans compensation : la zone est gelée.

On détermine la valeur $F(x)$ par une procédure proche de celle utilisée pour fixer la valeur de l'actif patrimonial.

Les trois conditions aux bornes permettent alors de déterminer la valeur de B_1 et de x^*, soit respectivement[11] :

$$x^* = \delta\left(\frac{C}{r} - I\right)\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) \tag{16}$$

et

$$B_1 = \left[\delta\left(\frac{C}{r} + I\right)\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right)\right]^{-\gamma+1} \frac{1}{\delta\gamma} \tag{17}$$

Nous pouvons alors exprimer $F(x^*)$:

$$F(x^*) = \delta\left(\frac{C}{r} + I\right)\left(\frac{1}{\gamma - 1}\right) \tag{18}$$

Compte tenu des valeurs respectives de δ et de γ, toutes deux dépendantes de λ, l'un des paramètres de la probabilité d'accident (λdt), nous pouvons tenter de représenter les variations de F sur un intervalle donné.

Simulation et proposition pour une méthodologie appliquée

Dans cette sous-section, nous allons présenter les résultats de quelques simulations paramétrées suivant des valeurs qui peuvent apparaître comme « réalistes » en ce sens que la probabilité d'occurrence d'un

[11] Voir, en annexe 3, le calcul de la valeur d'option qui est très classique dans ce contexte.

accident naturel, tel qu'un incendie de forêt, peut être calculée à partir des statistiques fournies par la Délégation à la protection de la forêt méditerranéenne et le système Prométhée [12].

Simulation pour un niveau de dommage donné et changement de l'échelle du dommage

Il s'agit de montrer quel pourrait être le montant théorique de moyens à mettre financièrement en œuvre pour accompagner une politique de plan de prévention des risques. On rappelle, à partir des résultats précédents, que :

$$\gamma_{1,2} = \frac{-\left(r-\delta-\frac{\psi^2}{2}\right) \pm \sqrt{\left(r-\delta-\frac{\psi^2}{2}\right)^2 + 2\psi^2 r}}{\psi^2}.$$

Posons $\delta = \mu - A + \lambda\Phi = v + \lambda\Phi$. Ainsi,

$$\gamma_{1,2} = \frac{-\left(r-(v+\lambda\phi)-\frac{\psi^2}{2}\right) \pm \sqrt{\left(r-(v+\lambda\phi)-\frac{\psi^2}{2}\right)^2 + 2\psi^2 r}}{\psi^2} = \tag{19}$$

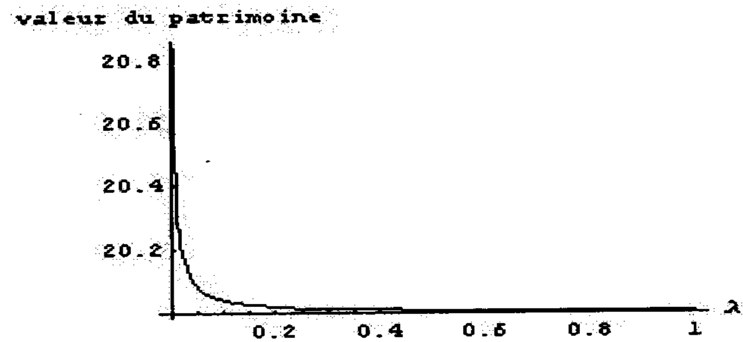
$$\gamma_{1,2} = \frac{-r+v+\frac{\psi^2}{2}+\lambda W+\sqrt{2\psi^2+\left(-r+v+\frac{\psi^2}{2}+\lambda W\right)^2}}{\psi^2}$$

Nous allons étudier un exemple avec le paramétrage suivant : $r = 0{,}05$; $I = 20$; $W = 100$; $v = 0{,}02$; $\psi^2 = 0{,}2$.

Considérons, dans un premier temps, l'impact d'une variation de la probabilité d'accident sur la valeur de l'actif et sur celle de l'option. Il apparaît que plus la probabilité d'accident est élevée, moins grande sera la valeur de l'actif. Toutefois, à mesure que grandit cette probabilité, la valeur de l'actif tend asymptotiquement vers 0, alors que pour une probabilité d'accident quasi nulle la valeur du patrimoine tend vers 20,004 (cf. figure 1).

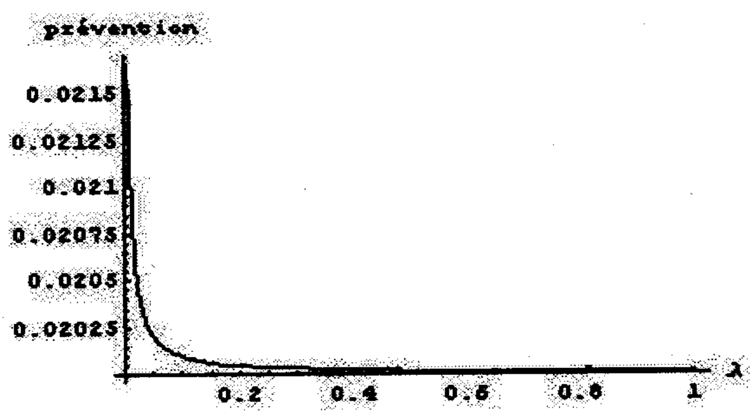
[12] Prométhée est une base de données sur les incendies de la région méditerranéenne (15 départements couverts). Disponible en ligne *(http://195.200.162.17/promethee/)*, elle constitue la base à partir de laquelle nous avons réalisé notre étude empirique.

Figure 1



Il en est de même pour la valeur de l'option qui représente globalement la valeur de l'ensemble des mesures assurantielles. Celle-ci est représentée par la figure 2. On peut constater que cette dernière suit là une forme de l'actif; elle tend, elle aussi, asymptotiquement vers une limite donnée, soit ici 0,400199.

Figure 2



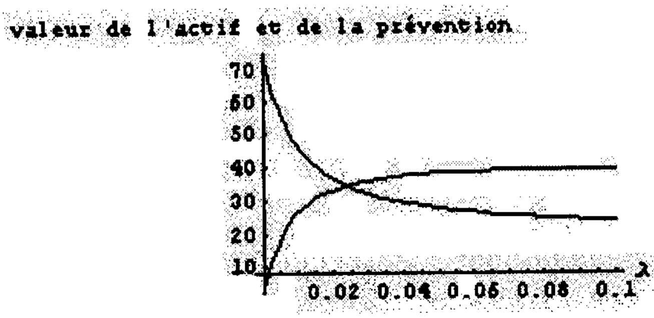
Si nous examinons la figure 2, il apparaît que la valeur de l'option est inférieure ou égale à la valeur de l'actif considéré sur la totalité de l'intervalle de variation de la probabilité d'accident soit ici, [0,05, 1].

On peut évaluer l'impact d'un accroissement de la valeur du dommage. Supposons que celui-ci, toutes choses égales par ailleurs, passe de 100 à 10 000, c'est-à-dire que W = 10 000. La simulation et l'étude aux limites montrent que ce changement d'échelle n'affecte pas le montant des sommes à allouer à la prévention et à la valeur de l'actif. La figure 3 tend à montrer ce résultat, confirmé par l'étude aux limites au voisinage de 1 (respectivement 0,40 pour la valeur d'option et 20 pour la valeur de l'actif). Cette insensibilité, cependant, ne se retrouve pas lorsque la volatilité des écarts est modifiée.

La question du changement des écarts quadratiques

Considérons à présent le cas où $\psi^2 = 2$ (le reste demeure inchangé : $r = 0{,}05$; $I = 20$; $W = 100$; $v = 0{,}02$). L'accroissement de l'instabilité qui résulte de ce changement conduit à un résultat apparemment paradoxal montré par la figure 3. La valeur de l'actif, comme précédemment, est toujours décroissante, tandis que la valeur de la prévention part d'une valeur proche de 1 et tend asymptotiquement vers 40 à mesure que la probabilité de l'occurrence d'un incendie s'accroît. Cette valeur est supérieure à la valeur de l'actif. Ce résultat s'explique par le fait qu'à mesure que le risque grandit le montant de la couverture nécessaire devient de plus en plus important. Dans le cas d'espèce, la probabilité d'équilibre à partir de laquelle les valeurs s'inversent est $\lambda^* = 0{,}0235165$.

Figure 3



Nous donnons une réponse analytique à ce constat lié à une simulation. Celle-ci conduit à la proposition 1 dont la démonstration est donnée en annexe 3.

Proposition 1

Considérant la probabilité d'accident comme une variable ($\lambda \in [0,1]$), si

$$\psi^2 \geq \frac{2\left(\frac{1}{A} - r + v + W\right)}{-1 + A}$$

alors il existe λ^* tel que $F(\lambda^*) = V(\lambda^*)$, et pour tout $\lambda > \lambda^*$, $F(\lambda) > V(\lambda)$.

La proposition 1 est importante, car elle établit les conditions permettant d'assurer qu'une zone est défendable pour un niveau de probabilité d'accident significatif. L'application de cette proposition s'obtient lorsque les dommages sont susceptibles d'être importants ($\psi^2 \geq \tilde{\psi}$). Ainsi, la relation établit-elle que, dès lors que $F(\lambda) > V(\lambda)$, lorsque la probabilité d'accident dépasse le seuil $\lambda > \lambda^*$, alors les moyens de prévention ont une valeur supérieure au patrimoine.

Nous interprétons ces résultats dans la prochaine sous-section.

Interprétation des résultats

Dans ce qui précède, le montant global des mesures de prévention est défini, à l'équilibre, par la relation $I = V(x^*) - F(x^*)$. Lorsque les risques sont relativement limités, suivant les critères définis, alors la valeur d'option présente une valeur toujours inférieure à la valeur économique du patrimoine, ce qui est normal. On considère deux cas :

Le cas où $I = V(x^*) - F(x^*) \geq 0$ et le cas où $I = V(x^*) - F(x^*) < 0$. Nous allons étudier leur signification.

Cas 1 : $I = V(x^*) - F(x^*) \geq 0$

Cette valeur représente en fait la valeur de la prime d'une assurance virtuelle. On peut assimiler cette dernière à la valeur de l'ensemble des mesures conservatoires destinées à prévenir l'impact d'un PPRN sur l'activité économique. Celles-ci sont de deux ordres :

a) Soit, pour faire accepter la mise en place du PPRN, l'État décide de dédommager les agents (particuliers et communes) touchés économiquement par la mise en place de ces plans. Ce dédommagement ne peut en aucun cas excéder I.

b) Soit, on considère que I doit être consacré essentiellement à la prévention et au dédommagement des agents touchés par un sinistre. Ainsi, face à des risques considérés comme faibles, il apparaît relativement aisé de prévenir les conséquences de l'instauration d'un PPRN.

Le montant total des moyens de prévention ne peut excéder $I = V(x^*) - F(x^*)$. Cette valeur peut être constituée de différents éléments comprenant :

i) Les moyens destinés à prévenir le dommage (amélioration des infrastructures, accroissement des moyens de prévention et de lutte contre l'incendie, par exemple).

ii) Un fonds destiné à dédommager partiellement les victimes d'un sinistre. Le fonds destiné au dédommagement est une partie rémanente des mesures de prévention. Si le montant total de ces dernières est G, par exemple, alors le montant maximal destiné au dédommagement ne peut excéder $I - G$. Le choix entre G et le fonds est une décision d'ordre politique ; c'est un arbitrage qui peut laisser la part congrue au dédommagement par rapport à la prévention. Actuellement, c'est plutôt cette tendance qui est privilégiée.

Cas 2 : $I = V(x^*) - F(x^*) < 0$

La question devient plus difficile face à des revenus extrêmement aléatoires. En effet, la prime requise devient particulièrement importante à mesure que croît le risque d'accident. Ce résultat est à la fois évident et paradoxal. L'évidence tient au fait qu'en période de forte incertitude, les agents ont tendance à vouloir bénéficier d'une protection plus forte.

Ils demandent des moyens de prévention qui peuvent excéder la valeur du patrimoine à protéger. D'un point de vue économique, le paradoxe tient au fait qu'à mesure que diminue la valeur patrimoniale de l'actif, la demande d'affectation de moyens de prévention supplémentaire conduit à surévaluer le montant assurantiel.

En fait, dès lors que $F(x^*) > V(x^*)$, la mise en œuvre de mesures de prévention semble inutile. D'un point de vue strictement financier, il apparaît que la valeur des mesures de prévention est supérieure au patrimoine à protéger. Ce résultat doit toutefois être considéré avec prudence. Il indique simplement que la valeur du patrimoine décroît dès lors que la probabilité d'occurrence d'un sinistre est croissante. En fait, toute la question est de savoir ce que recouvre $V(x^*)$. Se trouver confronté au cas 2 signifie que la forêt n'a pas de valeur... On retrouve la problématique bien connue de l'évaluation de biens patrimoniaux naturels. Cette situation signifie simplement qu'il est inutile de mettre en œuvre des mesures destinées à compenser les pertes de revenu liées à une activité humaine, car la zone considérée ne présente pas d'intérêt économique avéré. En revanche, la question de la valeur patrimoniale du bien est une question à considérer avec les outils « traditionnels » de l'évaluation contingente appliquée aux zones naturelles. On change alors de problématique : la question n'est plus alors de définir une problématique pour faire accepter les PPRN (ou ici les PPRIF), mais de savoir de quelles ressources financières la protection des zones vertes nécessite-t-elle. Malgré sa difficulté, cette question est plus classique.

APPLICATION À PARTIR D'UNE ÉTUDE STATISTIQUE DES INCENDIES DE FORÊT DANS LES ALPES-MARITIMES DE 1973 À 2003

Le modèle présenté ci-dessus est un modèle dynamique d'aide à la décision qui intègre divers niveaux et catégories de risque. Cette modélisation propose une évaluation économique du patrimoine et des coûts de la prévention concernant une zone classée inconstructible. Elle doit alors permettre de décider si les autorités municipales peuvent dédier celle-ci à une activité économique et négocier des aménagements avec l'administration, ou si elles doivent accepter la proposition de gel. Pour préciser le sens de notre démarche nous proposons une méthodologie appliquée à partir d'une étude statistique des feux de forêt dans les Alpes-Maritimes sur une période de trente ans, de 1973 à 2003. Notre but ici n'est pas de fournir une étude globale sur les incendies qui affectent ce département, mais de voir comment les statistiques collectées dans cette période peuvent permettre d'éclairer les choix des communes.

Nous présentons, dans un premier temps, les caractéristiques principales de l'étude statistique. Nous montrons notamment que, dans le département, toutes les zones ne présentent pas la même sensibilité aux incendies. En effet, on peut regrouper les municipalités en classes suivant des caractéristiques communes liées aux surfaces brûlées, à leur fréquence, etc. Cette classification a des conséquences pour les estimations des distributions de probabilité d'occurrence des incendies et sur leur dimension. Ces données permettent aux communes d'identifier la nature de la zone dans laquelle elles se trouvent, et ainsi d'affecter de meilleurs paramètres au modèle d'évaluation. Nous donnons enfin un exemple de l'utilisation de ces données par l'évaluation d'une zone soumise à un PPRIF.

Présentation résumée de l'étude statistique

Un échantillon exhaustif des 163 communes des Alpes-Maritimes a été constitué. Par la méthode de la classification ascendante hiérarchique (CAH)[13], celles-ci ont été regroupées en classes suivant la spécificité des feux de forêts (surface brûlée, fréquence des éclosions, feux péri-urbains, etc.). La classification la plus significative a été réalisée à partir des variables suivantes pour la période de trente ans (de 1973 à 2002):

Surface feux de forêts / surface commune: S1
Nombre feux de forêts / surface commune: S2
Nombre feux périurbains / ha: S3
Répartition des éclosions par commune: S4
Surfaces brûlées par commune (en ha): S5
Surface brûlée par an (sur 30 ans): S6
Proportion des éclosions par année: S7

La troncature est effectuée au niveau 20. On obtient alors 6 classes dont les communes les plus représentatives sont nommées (le détail est fourni en annexe 5). Le tableau 1 synthétise ces éléments.

Tableau 1.
Définition des regroupements des communes des Alpes-Maritimes suivant les types d'incendies.

Classes	Nbre de communes et communes représentatives	S1	S2	S3	S4	S5	S6 = S5/30	S7 = S4/30
1	(2) Peymeinade	3,51	0,025	0,075	20	3428	114,26	0,66
2	(5) Aspremont	0,42	0,088	0,089	78	396	13,2	2,6
3	(6) Bonson	1,48	0,033	0,046	19	996	33,2	0,63
4	(26) St Martin du Var	0,12	0,045	0,045	19	64	2,13	0,63
5	(21) Bar/Loup	0,21	0,041	0,162	55	307	10,23	1,83
6	(103) Valderoure	0,07	0,009	0,012	20	164	5,46	0,66

[13] Cette méthode de classification hiérarchique (dite de Ward) consiste à partir de classes contenant chacune une seule commune à regrouper ces classes deux à deux, de façon à ce que la somme des inerties de chaque classe (inertie intra-classe) augmente le moins possible à chaque étape. L'inertie d'une classe reflète en fait les distances existant entre chaque commune de cette classe. Plus elle est faible, plus les communes sont proches dans l'espace des trois variables, et donc plus la classe est homogène.

Les différentes classes ainsi identifiées s'analysent de la façon suivante :

Les classes 1 et 3 (forte sensibilité aux grands incendies) : ces deux classes sont proches et peuvent bénéficier d'une interprétation commune. Elles regroupent des communes très sensibles aux grands incendies. La classe 1 est composée des deux communes Bendejun et Peymeinade. Ce sont les plus touchées par les feux de forêts en terme de surface depuis 1973. Pour Bendejun, ce taux s'élève à 2,92% de la surface de la commune. En revanche, dans cette classe, le nombre de feux périurbains est le plus bas. Constituée de deux villes, cette classe s'explique par la similarité de la destruction massive d'hectares de forêts, liée à l'apparition d'un incendie dévastateur unique récurrent avec des victimes humaines dans les deux cas. On notera la grande similarité de cette classe avec la classe 3 par l'importance de la superficie touchée par les feux de forêts, relativement à la surface des communes. Les communes de la classe 3 sont également caractérisées par l'apparition de feux périodiques de grande ampleur (mais moindre que pour la classe 1).

La classe 2 (beaucoup d'incendies de faible ampleur) : cette classe est caractérisée par un nombre assez important de feux (feux de forêts et périurbains). Cependant, elle est difficile à cerner. L'explication principale tient sans doute à la situation géographique particulière des communes qui la composent. En effet, sans être très éloignées des grands centres urbains, elles constituent des sortes d'îlots, situés après les premières collines qui entourent les grandes villes côtières (Aspremont, Falicon, Tourettes Levens), à l'exception de Rigaud qui appartient à l'arrière-pays.

La classe 4 (incendies périodiques dans les villes moyennes) : elle représente les villes moyennes touchées périodiquement par des incendies qui, en général, sont de faible ampleur. Cette classe ne comprend aucune des grandes villes littorales et est constituée de l'ensemble des villages périphériques des grands centres urbains. Le nombre d'incendies rapporté à la surface y est relativement faible, cela malgré un voisinage proche avec les grands centres urbains (Cabris, Le Tignet, Spéracèdes, Roquefort-les-Pins : proches de Grasse ; Mouans-Sartoux, Pégomas, Théoule sur Mer : villages proches de Mandelieu et Cannes ; les autres villages sont proches de Nice ou de Monaco ; Vence occupe une place particulière dans cette énumération).

La classe 5 (incendies des grandes agglomérations) : elle contient des communes moyennement touchées par les feux de forêts, mais très touchées par les feux périurbains. Elle regroupe l'essentiel des grandes agglomérations. Elle est caractérisée par l'existence de nombreuses communes littorales en forte expansion démographique.

La classe 6 (les municipalités faiblement affectées) : c'est la classe qui regroupe le plus de communes. Il s'agit, en fait, pour l'essentiel, des petites communes de l'arrière-pays. Elle représente les communes les moins touchées par les sinistres sur l'ensemble de ces trente dernières années. Il est important de préciser ce point, car on y trouve tout de même des communes concernées par l'implantation de PPRIF.

À partir de cette classification, il est possible de procéder à l'estimation que devraient opérer les communes, à partir des données sur les incendies. Il est entendu que le calcul proposé ici ne constitue qu'une méthode qui doit être approfondie au cas par cas. À partir des classes constituées précédemment, nous identifions les communes les plus représentatives de leur classe et calculons, dans un premier temps, la probabilité d'occurrence d'un sinistre.

Les six zones définies réagissent différemment face à un incendie. Il est évident, par exemple, que la probabilité d'occurrence d'un incendie dévastateur dans la zone 4, caractérisée par un nombre faible d'éclosion de feu (moins d'un feu par an pour les communes de cette zone), avec une faible étendue d'incendie, est plus faible que pour la zone 1 qui a déjà connu, en trente ans, des incendies fortement destructeurs. Pour chaque zone, l'impact d'un incendie, en termes de surface, est différent. Ainsi, il est évident que les zones de montagne à faible densité de population peuvent voir un incendie brûler une vaste étendue de forêt avec des conséquences économiques moindres que pour les zones littorales affectées par mitage urbanistique. Aussi, doit-on établir des équivalences en termes de coût d'un incendie qui ne reposent pas simplement sur la notion de surface de forêt brûlée.

Le choix des municipalités : l'option de défendre une zone

Nous proposons, à présent, une méthodologie d'évaluation à partir de notre modèle. Pour cela, on peut définir la probabilité d'occurrence d'un incendie de grande ampleur. C'est la probabilité associée au processus de Poisson, lequel retrace l'occurrence d'un évènement rare. Cette probabilité exprime le maximum de destruction attendu. En bref, on considère que cette probabilité est calculée à partir d'un certain nombre d'évènements indépendants. Le détail en est fourni dans l'étude Brun *et al.* (2003).

L'examen des variables S6 et S7 montre que, dans ce département, les autorités doivent s'attendre chaque année à l'éclosion d'un incendie aux conséquences importantes[14]. Ce constat relativise la notion de rareté. Celle-ci se rapporte en fait à l'importance du sinistre. Aussi, la question n'est pas tant de connaître la probabilité d'occurrence d'un incendie

[14] En moyenne, sans trop exagérer, on peut dire que chaque classe peut s'attendre à un incendie détruisant plus de deux hectares avec une probabilité égale à 1.

significatif, car toutes les communes en connaissent au moins un chaque année, mais de savoir quelle est la probabilité d'éclosion d'un incendie aux conséquences dépassant largement les moyennes attendues. Paradoxalement, hormis les classes 4 et 6 où les feux ont peu de conséquence, toutes les autres classes sont dans le même cas, avec des intensités différentes, mais significatives.

À titre d'exemple, nous considérons la ville de Peymeinade caractéristique de la classe 1. Supposons que, pour cette ville, un sixième des surfaces brûlées soit concerné par l'instauration d'un PPRIF. Supposons en outre que la ville escomptait développer, avant l'instauration du PPRIF, divers programmes immobiliers correspondant à 350 appartements dont les taxes d'habitation et foncières auraient rapporté, à raison de 700 euros annuel pour chacun, un revenu annuel de $x^{\circ} = 245\,000$ euros/an. Ici, sur l'ensemble de la période, les incendies ont été de faible ampleur hormis un incendie dévastateur en 1986 (annexe 6). Comment calculer, alors, concrètement la probabilité d'occurrence d'un incendie hors norme ?

Détermination de la probabilité d'un incendie majeur

Des 23 données correspondant aux éclosions d'incendie dans cette ville (annexe 6), il apparaît que si la probabilité d'un feu annuel est forte, la probabilité pour qu'il soit significatif au sens où on l'entend (dommages matériels importants) est relativement faible. La probabilité d'occurrence d'un tel évènement dépend à la fois de la probabilité d'occurrence d'un incendie de grande ampleur et de la probabilité que les infrastructures soient affectées.

Par exemple, le décideur peut tenter de définir la probabilité d'occurrence d'un incendie de grande ampleur en considérant plusieurs types d'évènements déterminés par la classe à laquelle appartient sa commune. Les évènements considérés peuvent être :

i) K, l'évènement correspondant à la surface maximale détruite dans la commune,

ii) L, l'évènement d'une destruction de biens capitaux[15],

iii) M, l'évènement de l'occurrence d'un incendie dans cette ville compte tenu du fait que toutes les communes de taille similaire ne sont pas affectées par un incendie.

[15] En effet, même si *a priori* on peut penser qu'il existe un lien de causalité entre la taille d'un incendie et l'atteinte des biens immobiliers, les modalités de calcul des deux probabilités sont radicalement différentes. La première peut reposer sur l'étude de la série temporelle des éclosions d'incendie sur la commune, par exemple. La seconde peut se fonder sur la probabilité de la destruction de bâtiments industriels et à usage d'habitation dans le département pour des incendies de même ampleur.

Soit $p[K,L,M]$ la distribution de probabilités associée à ces évènements. Cette probabilité correspond à l'estimation de la probabilité de la valeur maximale détruite (C), alors à titre d'exemple[16] :

$$p[C] = p[K,L,M] = 3^{-1} \,.\, 10^{-7}$$

La question qui se pose alors est l'estimation de W, qui correspond dans le modèle au total des destructions envisagées. À partir de l'exemple traité, concernant, par exemple, la zone à lotir sur un terrain qui a déjà brûlé dans le passé, la question est de savoir si on retient $W = x° = 245\,000$ euros/an, soit la totalité du programme, ou seulement une fraction de celui-ci. À ce niveau, tout dépend de la configuration de la zone et des moyens de défense naturels d'une part, et aussi de ceux induits par ses aménagements. Supposons que la municipalité puisse estimer un spectre de perte financière maximale lié à l'éclosion de l'incendie. Dans l'hypothèse où elle estime à 10% la perte du patrimoine immobilier concernant ce programme, la valeur de la probabilité maximale de perte est alors :

$$\lambda = 0 \,.\, 10\, p[C] = 3^{-1} \,.\, 10^{-8}$$

La valeur de la perte maximale escomptée par unité d'euro investie peut être estimée à :

$$\lambda = 3^{-1} \,.\, 10^{-8} \,.\, 245\,000 = 0{,}00735$$

À partir de ce résultat, nous pouvons aborder les conséquences pour une évaluation concrète de la valeur des moyens de lutte.

Financement de la prévention

Si nous reprenons les données initiales, il apparaît que le programme immobilier doit rapporter à la commune une somme équivalente à $x° = 245\,000$ euros/an. Par une actualisation perpétuelle au taux de 3%, correspondant à la moyenne des taux d'intérêt bonifiés, cela constitue un capital estimé de :

$$VAN(x) = x°/.03 = 6\,125\,000 \text{ €}$$

Cette valeur correspond à la valeur actualisée nette (VAN) du projet pour un taux d'actualisation perpétuel. La mise en place d'un PPRIF sur la zone à lotir gèle les revenus escomptés. En effet, en général, les PLU exigent la mise en place de moyens de défense contre l'incendie[17]. La question qui se pose est de savoir quels sont les moyens dont dispose la

[16] La méthode de détermination peut être relativement sophistiquée et faire appel à des approches d'estimation bayesienne. On trouvera le détail de ce calcul dans Brun *et al.* (2003).

[17] Notamment par la mise en place de bornes à incendie et autres aménagements d'infrastructures tels que des routes forestières, des réservoirs, etc.

commune pour « négocier » l'aménagement des permis de lotir ou de construire les lotissements considérés. Cela signifie que la VAN peut constituer une base acceptable d'évaluation. La négociation avec les services de la préfecture porte alors sur les conditions de l'aménagement de la zone. La défense du site fait partie intégrante des conditions d'aménagement des zones à lotir. Ces aménagements peuvent être supportés par la commune, mais peuvent aussi être le fait des lotisseurs [18]. Tout dépend alors de la volonté et des capacités des communes pour supporter ces aménagements.

En supposant que le revenu de l'actif soit, par l'équation (1a) définie dans l'annexe 2, $\mu = r + \zeta\rho_{xm} = 0.04$ (soit une estimation du risque équivalente à 1%) ; en supposant en outre, pour simplifier, que : $C = A = 0$,

alors $\delta = \mu - A + \lambda W = v + \lambda W = .04 + .00735 = .04735$.

On obtient ainsi :

$$V(x^\circ) = \frac{x^\circ}{\delta} = \frac{245\,000}{0\,.\,04735} = 5\,174\,234{,}4$$

On notera que, par rapport à la VAN, la perte due au risque incendie peut être estimée à :

$$VAN(x^\circ) - V(x^\circ) = 6\,125\,000 - 5\,174\,234{,}4 = 950\,765{,}6$$

Cette valeur correspond à la perte en capital due à l'existence d'un risque incendie. On peut alors estimer la valeur des investissements de prévention à partir de la valeur d'option. Pour cela, on doit s'arrêter à la valeur I, qui en théorie financière correspond à la valeur d'exercice, c'est-à-dire la valeur du titre à la date d'exercice de l'option. Dans le contexte des options réelles, cette valeur correspond à la valeur actualisée de l'intégralité des moyens de prévention à mettre en œuvre pour rendre la zone « défendable ». Il s'agit alors de déterminer le montant annuel des ressources destinées à prévenir les incendies dans la zone. La valeur de ces moyens s'établit en :

$$F(x) = \mathrm{Max}[V(x) - I, 0] \text{ (avec, à l'équilibre : } F(x^*) = V(x^*) - I).$$

[18] C'est, par exemple, le cas de la ville de Mandelieu, où un quartier résidentiel, le quartier du Grand Duc, initialement inclus dans un PPRIF, après négociation, est devenu constructible. Les aménagements ont été réalisés sur fonds privés. Cela signifie que les acheteurs ont supporté le poids des aménagements. Paradoxalement, les moyens de défense dépendent de la configuration des terrains, des possibilités d'aménagement, etc. En ce qui concerne l'exemple de Mandelieu, la détermination des lotisseurs s'explique par le fait que le quartier du Grand Duc avait été désigné comme ZAC dans un plan d'occupation des sols (POS). La décision préfectorale d'inclure ce quartier dans un PPRIF avait gelé les projets des promoteurs. Ceux-ci ont accepté de supporter les aménagements nécessaires pour rendre la zone défendable.

La question qui se pose est de savoir ce que I représente concrètement. Ainsi, on sait que la zone ne sera pas lotie dès lors que :

$$V(x^{*}) - I = 0.$$

Cette écriture permet de déterminer I. En effet, soit k, le montant investi annuellement en prévention, où naturellement l'investissement global I correspond à l'actualisation au taux de revenu sans risque des dépenses annuelles d'investissement : $I = \frac{k}{r}$, il s'ensuit que : $I = \frac{k}{r} = \frac{k}{.03}$.

Si on suppose que $F(x0) = V(x0) - I = 0$, alors on cherche à déterminer k sachant que :

$$V(x°) = I = \frac{k}{r} = \frac{k}{.03} = 5\,174\,234{,}4$$

soit, annuellement :

$$k = 5\,174\,234{,}4.r = 5\,174\,234{,}4.\ 0.\ 03 = 155\,227{,}03\ €$$

Ainsi, un montant annuel de prévention qui s'élèverait à 155 227,032 € doit entraîner l'abandon du projet par la municipalité car le projet lui coûterait autant qu'il lui rapporte. Cette procédure permet donc de mesurer le montant maximal que peut affecter la municipalité à la prévention d'une zone.

Dans cet exemple, le point de départ est constitué par la « rentabilité », en termes financiers, du déclassement d'une zone, prévue en zone rouge, en zone « défendable » ou encore en zone à aménager. La municipalité doit affecter moins de 155 227,3 € par an pour que le projet soit défendu et rentable. En fait, dans la réalité, la somme à consacrer à la prévention apparaît comme une contrainte financière à partir de laquelle s'établit le raisonnement. C'est cette contrainte qui détermine le comportement de la municipalité dans sa volonté de négocier avec la préfecture l'aménagement de la zone. Une trop forte incertitude financière en termes de revenus (fiscaux ou autres) tend à peser sur la décision d'aménager l'espace forestier.

CONCLUSION

Les plans de prévention des risques naturels constituent une source de prévention importante. Ils sont décidés hors relations de marché et imposés par l'administration. Leur mise en œuvre, si elle contribue à lutter contre un certain type d'éparpillement immobilier, peut toutefois peser sur le développement économique des communes, en gelant des surfaces qui auraient pu être consacrées à des activités industrielles, commerciales ou résidentielles. En outre, bien souvent, les plans de prévention se combinent (incendie, inondations, etc.) et restreignent d'autant le territoire « utile » de la commune. Toutefois, ces plans sont indispensables pour préserver la biodiversité et, plus généralement, l'intégralité de la commune. Dans les zones à risque, il s'agit alors de trouver un juste équilibre entre la protection des populations et des biens et les exigences d'un développement économique. La théorie des options réelles contribue à comprendre comment déterminer le montant des moyens financiers nécessaires pour accompagner la mise en œuvre de tels plans.

D'une façon plus générale, cette approche permet aussi de quantifier les éléments d'une négociation entre l'administration, les collectivités locales et les administrés. En général, cependant, la primauté de l'administration conduit à imposer les plans de prévention sans véritable contrepartie et sans une véritable concertation. Une argumentation financière de la part des communes sur les coûts de la prévention aurait pour effet de permettre d'aménager et de défendre des aires destinées au gel de toute construction. L'évaluation économique, fondée sur une prise en compte fine des risques et par la formalisation des probabilités de sinistre important, permettrait de gérer les zones sensibles comme des zones industrielles à risque. La méthode proposée ouvre la porte à une méthodologie du risque appliquée aux sinistres d'origine naturelle. En effet, si plusieurs PPRN peuvent grever l'expansion économique d'une région, l'estimation du montant assurantiel nécessaire pour compenser économiquement ces pertes est le premier pas en vue de définir des politiques de développement locales. C'est aussi le premier pas pour mettre en place une politique de développement intercommunal. Les communes les plus touchées par les PPRN doivent pouvoir voir leurs pertes compensées par les autres communes. Pour réaliser de tels transferts, il faut être en mesure d'évaluer le coût de l'instauration des PPRN.

BIBLIOGRAPHIE

Bateman I. (1993). Valuation of the environment, methods and techniques: revealed preferences methods, *in: Sustainable Environmental Economics and Management Principles and Practice*, Turner R.K. (ed.), Behaven Press.

Bateman I., Willis K. (eds) (1995). *Valuing Environmental Preferences: Theory and Practice of the Contingent Valuation Method in the US, EC and Developing Countries*, Oxford University Press.

Benson J.F. (1992). Public values for environmental features in commercial forests, *Quartely Journal of Forestry*, 86 (1), pp. 9-17.

Black F., Scholes M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, 81, pp. 637-659.

Brun L., Legay N. et Mondello G. (2003). Étude prospective sur la mise en œuvre des plans de prévention des risques. Quel devenir pour les zones rouges des PPRIF ?, LATAPSES, École des Mines de Paris, ministère de l'Agriculture, convention, 45.45.00.

Catchpole E.A., Hatton T.J. and Catchpole W.R. (1989). Fire spread through non-homogenoeous fuel modelled as a Markov process, *Ecology Modelling*, 48, pp. 101-112.

Clark E., Mondello G. (2000a). Resource management and the mayor's guarantee in French water allocation, *Environmental and Resource Economics*, 15 (2), February, pp. 103-113.

Clark E., Mondello G. (2000b). Water management in France: delegation and irreversibility, *Journal of Applied Economics*, 3 (2), pp. 325-352.

Desprès A., Normandin D. (1996). Les services d'environnement fournis par la forêt ; évaluation et régulation, *Cahiers d'économie et sociologie rurales*, 41, pp. 61-91.

Fons W. (1946). Analysis of fire spread in light forest fuels, *Journal of Agricultural Resources,* 72 (93), pp. 93-121.

Hanemann W.M. (1984). Welfare evaluations in contingent valuation experiments with discrete response data reply, *American Journal of Agricultural Economics*, 69 (1), pp. 185-186.

Merton R.C. (1973). Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (1), pp. 141-183.

Pindyck R.S., Dixit A.K. (1994). *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, New Jersey.

ANNEXE 1

Rappel sur le lemme d'Itô

Le lemme d'Itô est établi à partir de la formule de Taylor à deux variables x et t :

$$\Delta F = \frac{\partial F}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial F}{\partial x}\Delta x + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\Delta x^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}\Delta t^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial x.\partial t}\Delta x.\Delta t + \ldots$$

Soit $\Delta x = a(x,t)\ \Delta t + b(x,t)\ \Delta z = a(x,t)\ \Delta t + b(x,t)\ \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ avec $\varepsilon \to N(0,1)$

Pour alléger les notations, on utilisera :

$$\Delta x = a\ \Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}\ .$$

Le lemme d'Itô conduit à ne considérer que les termes en Δx et Δt de degré égal à 1, ce qui conduit naturellement à éliminer (par troncature) tous les termes du développement de ΔF à partir du quatrième. En revanche, le troisième terme doit être conservé. En effet :

$\Delta x^2 = (a.\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}\ )^2 = a^2\Delta t^2 + b^2\varepsilon^2.\Delta t + 2ab.\Delta t^{\frac{3}{2}} = b^2\varepsilon^2.\Delta t$ par troncature.

Or, $E(b^2\varepsilon^2.\Delta t) = b^2.\Delta t.E(\varepsilon^2)$ et $E(\varepsilon^2) = V(\varepsilon) + [E(\varepsilon)]^2 = 1 + 0 = 1$.

Donc : $E(b^2\varepsilon^2\ \Delta t) = b^2\Delta t$.

Par ailleurs : $V(b^2\varepsilon^2\ \Delta t) = b^4.\Delta t^2.V(\varepsilon^2)$ qui tend vers 0 quand Δt tend vers 0. Par conséquent, lim $b^2\varepsilon^2\ \Delta t = b^2\ \Delta t$ quand Δt tend vers 0.

En considérant une subdivision du temps en intervalles dt extrêmement petits, c'est-à-dire en se plaçant en temps continu, l'application de la formule de Taylor devient :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}b^2.dt$$

$$= \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{\partial F}{\partial x}\left(adt + b.dz\right) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}b^2 dt$$

$$= \left(\frac{\partial F}{\partial t} + a\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2}b^2\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)dt + b\frac{\partial F}{\partial x}dz$$

Soit $F(x) = ln(x)$,

$$\frac{\partial F(x)}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = \frac{1}{x} \text{ et } \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

Dans ce cas, $dF = (0 + \frac{a}{x} - \frac{1}{2}b^2\frac{1}{x^2})\ dt + b\frac{1}{x}\ dz.$

En revenant à l'hypothèse de mouvement brownien géométrique, ce qui revient à considérer que : $a = a(x, t) = \mu x$ et $b = b(x, t) = \sigma x$, on a :

$$dF = (0 + \frac{\mu x}{x} - \frac{1}{2}\frac{\sigma^2 x^2}{x^2})\, dt + \sigma x.\, \frac{1}{x}\, dz,$$

soit finalement : $dF = (\mu - \dfrac{\sigma^2}{2})\, dt + \sigma.dz.$

dF définit alors un mouvement brownien avec une tendance déterministe *(drift)*. Par conséquent :

$$dF \to N[(\mu - \frac{\sigma^2}{2})dt, \sigma\sqrt{dt}] \text{ ou } d\ln(x) \to N[(\mu - \frac{\sigma^2}{2})dt, \sigma\sqrt{dt}].$$

Ce qui revient à dire que *dx* suit une loi log-normale de paramètres $(\mu - \dfrac{\sigma^2}{2})\, dt$ et $\sigma\sqrt{dt}$.

Pour un ensemble d'applications, voir Pindyck et Dixit (1994).

ANNEXE 2

Valeur du projet

La méthode que nous choisissons est la méthode d'évaluation contingente d'un actif patrimonial. Cette méthode, issue de la théorie financière, suppose que l'actif considéré est parfaitement corrélé à un actif constitué sur le marché financier. Dans un but didactique nous avons choisi de définir pas à pas le processus de constitution de ce portefeuille [19]. Évaluer le portefeuille contingent revient à évaluer l'actif de patrimoine. La méthode consiste à comparer les gains obtenus par un placement de l'actif à un taux d'intérêt considéré comme un taux sans risque et le gain associé à son exploitation économique. Ainsi, placer l'actif sur un marché financier ne revêt de sens que si l'actif est rémunéré à concurrence d'un taux de rendement ajusté compte tenu de son risque propre. Concernant $x(t)$, son taux de rendement d'équilibre ajusté de son risque peut être déterminé en appliquant la théorie du *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Cette théorie de la formation du prix des actifs suppose l'existence de marchés de capitaux efficients (qui répercutent toute l'information disponible). Ainsi, le taux de rendement requis pour le placement de $x(t)$ est équivalent à:

$$\mu = r + \zeta\rho_{xm} \tag{1a}$$

où r est le taux de rendement de l'actif sans risque, ζ est le prix de marché du risque, ρ_{xm} est le coefficient de corrélation du changement de pourcentage en $x(t)$ avec le taux de rendement du marché avec $\mu > A - \lambda W$ comme contrainte.

L'excédent correspond à un dividende:

$$\delta = \mu - A + \lambda W \tag{2a}$$

Considérons que le rendement net est égal à:

$$x - C \tag{3a}$$

où C correspond au coût des infrastructures liées à la réalisation du revenu. On le supposera constant.

Pour déterminer la valeur du projet, on se réfère à la théorie de l'actif contingent *(contingent claim analysis)* qui propose la constitution d'un portefeuille spécifique en t, constitué des deux éléments suivants: une unité du projet et une position à découvert (destinée à financer l'acquisition du projet) correspondant à l'engagement d'une proportion de n du rendement, où n est fixé de telle sorte que le risque de portefeuille soit éliminé (Black et Scholes, 1973). L'emprunt destiné à financer le portefeuille dans l'intervalle $[t + dt]$ équivaut à $nx(t)dt$ unités de revenu. Le niveau de remboursement correspondant à cet emprunt est de $\delta nx(t)dt$.

Le revenu net engendré par la détention de l'actif s'établit en:

$$[x - C - \delta nx(t)]dt. \tag{4a}$$

Ce portefeuille crée des gains en capital équivalents à:

$$dV - ndx. \tag{5a}$$

[19] Voir Pindyck et Dixit, 1994.

En décomposant par l'application du lemme d'Itô, on obtient :

$$dV - ndx = V'dx + \frac{1}{2} V'' [dx]^2 - ndx, \tag{6a}$$

où V' et V'' sont les dérivées première et seconde de V par rapport à t.

On sait que le produit des accroissements est faible de telle sorte que $dsdt \rightarrow 0$. *In fine*, les gains en capital s'écrivent :

$$S[V' - n]\, x(t)dt + \frac{1}{2} \psi x(t)^2 V''dt + \psi[V' - n]\, x(t)ds. \tag{7a}$$

En suivant Pindyck et Dixit (1994), on pose $V' = n$. On obtient alors un montant de gains en capital équivalent à :

$$dV - ndx = \frac{1}{2} \psi^2 x(t)^2 V''dt. \tag{8a}$$

Ajoutant les gains en revenu et en capital, le portefeuille rapporte un gain équivalent à :

$$\left[x - C - \delta V' x(t) + \frac{1}{2}\psi^2 x(t)^2 V''dt\right]dt \quad . \tag{9a}$$

L'équilibre de ce portefeuille nécessite de rendre équivalent le revenu lié à son exploitation et le revenu issu de son placement sur le marché financier au taux de rémunération de l'actif sans risque r.

$$dV - V'dx = x - C - \delta V' x(t) + \frac{1}{2} \psi^2 x(t)^2 V'' \tag{10a}$$

(en omettant dt des deux côtés de l'équation). On obtient alors l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{2} \psi^2 x(t)^2 V'' + (r - \delta) V' x(t) - Vr + x(t) - C = 0. \tag{11a}$$

La solution générale de ce système s'obtient par une argumentation standard et équivaut à :

$$V(x) = \frac{x}{\delta} - \frac{C}{r} + A_1 x^{\gamma 1} + A_2 x^{\gamma 2} \tag{12a}$$

où A_1 et A_2 sont des constantes.

Les racines γ_1 et γ_2 résolvent l'équation caractéristique issue de l'équation différentielle (11a) :

$$\frac{1}{2} \psi^2 \gamma(\gamma - 1) + (r - \delta) \gamma - r = 0. \tag{13a}$$

La question qui se pose est de savoir quelle est la valeur des deux racines de cette expression dont les solutions s'écrivent :

$$\gamma_{1,2} = \frac{-\left(r - \delta - \frac{\psi^2}{2}\right) \pm \sqrt{\left(r - \delta - \frac{\psi^2}{2}\right)^2 + 2\psi^2 r}}{\psi^2} \, . \tag{14a}$$

On peut montrer que la racine γ_1 est positive : la pente de $\frac{1}{2}\,\psi^2\,\gamma(\gamma-1) + (r-\delta)\,\gamma - r$ est croissante car $\frac{1}{2}\,\psi^2 > 0$; en 0, cette expression vaut $-r$ et en 1, $-\delta < 0$ car, par hypothèse, δ est positif; le graphe de cette fonction passe en 0 par une valeur négative. Ainsi, il possède une valeur négative γ_1 et une valeur positive γ_2 supérieure à 1.

Si nous considérons la solution générale, alors la question de la détermination des constantes de $A_1 x^{\gamma 1} + A_2 x^{\gamma 2}$ se pose. Pour cela, nous pouvons constater que si le revenu x tend vers 0, alors la valeur de V tendrait vers l'infini par $\gamma_2 < 0$. Ce résultat est incompatible avec le fait que le revenu de l'actif détermine sa valeur. Par conséquent, $V(0) = 0$ et $A_2 = 0$. Habituellement, on émet l'hypothèse d'absence de bulle spéculative, ce qui peut aisément se comprendre pour un bien environnemental, aussi on considère $A_1 x^{\gamma 1}$. Pour des valeurs positives de x, la valeur de l'actif dépendrait de sa valeur actualisée $\frac{x}{\delta} - \frac{C}{r}$ et d'un autre facteur $A_1 x^{\gamma 1}$. Par conséquent, $A_1 = 0$. Ceci peut être vu en considérant aussi que $V'(\infty) < \infty$. La valeur de l'actif est alors :

$$V(x) = \frac{x}{\delta} - \frac{C}{r}\,. \tag{15a}$$

(L'équation (15a) est l'équation (11) dans le texte).

Nous pouvons décomposer δ pour réécrire la valeur de l'actif :
$\delta = \mu - A + \lambda W$

$$V(x) = \frac{x}{\delta} - \frac{C}{r} = \frac{x}{\mu - A + \lambda W} - \frac{C}{r}\,. \tag{16a}$$

Cette dernière équation indique que la valeur du projet est égale à la valeur actualisée présente des flux de revenu où x est escompté au taux de rendement ajusté moins le coût C actualisé au taux d'intérêt sans risque r (équation (12) dans le texte). On notera que la part de risque associée à un éventuel accident pèse sur le taux d'actualisation et diminue d'autant la valeur du projet.

ANNEXE 3

Calcul de la valeur de l'option

On considère que l'option fait partie d'un portefeuille dont le complément est constitué par un endettement correspondant à un certain pourcentage du revenu de l'actif lui-même (autrement dit on acquiert l'option en s'endettant à concurrence de $nx(t)$ où n est cette proportion). La valeur nette du portefeuille est alors :

$$F(x) - nx(t) = F(x) - F'x(t). \tag{1b}$$

Le coût de constitution du portefeuille s'établit par conséquent à $\delta F'x(t)dt$. Le revenu de la détention de celui-ci correspond alors à :

$$dF - F'(x)dx - \delta F'x(t)dt. \tag{2b}$$

Par les accroissements de Taylor et par l'application du lemme d'Itô, on peut décomposer cette expression :

$$dF = F'(x)dx + \frac{1}{2} F''(dx)^2. \tag{3b}$$

En remplaçant cette expression dans la formule du revenu net, celui-ci devient :

$$\frac{1}{2} F''(dx)^2 - \delta x F'(x)dt \tag{4b}$$

$$\frac{1}{2} \psi^2 x^2 F'' dt - \delta x F'(x)dt. \tag{5b}$$

Ainsi, pour éviter des possibilités d'arbitrage, ce revenu doit être égal au placement du portefeuille au taux d'intérêt sans risque, on compare alors les deux revenus (en simplifiant par dt).

$$\frac{1}{2} \psi^2 x^2 F'' - \delta x F'(x) = r\,[F(x) - F'x(t)] \tag{6b}$$

On obtient alors l'équation :

$$\frac{1}{2} \psi^2 x^2 F'' + (r - \delta)xF'(x) - rF(x) = 0. \tag{7b}$$

Ici, l'équation différentielle est homogène de degré 2. On peut constater qu'elle possède les mêmes coefficients que l'équation différentielle précédente. Par voie de conséquence, la solution générale s'écrit :

$$F(x) = B_1 x^{\gamma 1}. \tag{8b}$$

La racine $\gamma_2 < 0$ est éliminée. Il reste à déterminer la constante B_1. Pour cela, on se réfère aux conditions aux bornes déjà évoquées, $F(0) = 0$ et $F(x^*) = V(x^*) - I$. On ajoute une condition supplémentaire qui est de supposer nécessaire la continuité de $F(x^*)$ en x^*. Pour cela, on pose que $F'(x^*) = V'(x^*)$.

ANNEXE 4

Démonstration de la proposition 1

Proposition 1. *Considérant la probabilité d'accident comme une variable ($\lambda \in [0,1]$), si* $\psi^2 \geq \dfrac{2\left(\dfrac{1}{A} - r + v + W\right)}{-1 + A}$*, alors il existe λ^* tel que $F(\lambda^*) = V(\lambda^*)$, et pour tout $\lambda > \lambda^*$, $F(\lambda) > V(\lambda)$.*

Démonstration

Cette proposition s'applique aux cas pour lesquels le risque matérialisé par ψ^2 est considéré comme élevé, c'est-à-dire, selon les critères qui sont définis ici, $\psi^2 \geq \tilde{\psi}$. Rappelons que $\psi = \sqrt{w^2 + \sigma + 2w\sigma\rho}$. Il est composé des divers éléments correspondant au risque de $D(.)$ et de $P(.)$. Pour cela, il suffit de considérer les conditions d'équilibre telles que $F(\lambda) = V(\lambda)$, où λ est la probabilité d'occurrence d'un accident. Partant du résultat :

$F(x^*) = \delta\left(\dfrac{C}{r} + I\right)\left(\dfrac{1}{\gamma - 1}\right)$ et en posant $\delta\left(\dfrac{C}{r} + I\right) = A$, alors :

$$F(\lambda) = A\left(\frac{1}{\gamma(\lambda) - 1}\right). \tag{1c}$$

Considérant en outre que :

$$V(\lambda) = I\left(\frac{\gamma(\lambda)}{\gamma(\lambda) - 1}\right), \tag{2c}$$

il apparaît que la solution λ^* est :

$$\lambda^* = \frac{-A\left(2r - 2v - \psi^2\right) + \sqrt{A^2\left(2r - 2v - \psi^2\right)^2 + 8A\left(A\psi^2 - 2W\right)}}{2A\left(A\psi^2 - 2W\right)}. \tag{3c}$$

Comme, par définition, $1 \geq \lambda^*$, alors :

$$1 \geq \frac{-A\left(2r - 2v - \psi^2\right) + \sqrt{A^2\left(2r - 2v - \psi^2\right)^2 + 8A\left(A\psi^2 - 2W\right)}}{2A\left(A\psi^2 - 2W\right)}, \tag{4c}$$

et cette relation se vérifie pour :

$$\psi^2 \geq \frac{2\left(\frac{1}{A} - r + v + W\right)}{-1 + A} = \tilde{\psi}. \tag{5c}$$

En examinant les composants de $\widetilde{\psi}$, il apparaît que certaines simplifications sont possibles. On peut considérer, en effet, que :

i) $\delta\left(\frac{C}{r}+I\right)=A \approxeq A-1$;

ii) pour $2\left(\frac{1}{A}-r+v+w\right)$, on peut considérer que $\frac{1}{A}-r+v+w$ sont faibles comparés aux dommages W. De telle sorte que $\widetilde{\psi}$ peut se réécrire comme :

$$\frac{2W}{A} = \widetilde{\psi}', \tag{6c}$$

$\psi^2 \geq \widetilde{\psi}' = \frac{2W}{A}$ soit, encore, $\psi^2 \geq \frac{2W}{A}$ et ainsi :

$$\frac{1}{2} \mathrm{A}\ \psi^2 \geq W. \tag{7c}$$

Ainsi, s'il s'avère que la relation entre les dommages et les risques obéit à l'inégalité (7c), alors pour tout $\lambda > \lambda^*$, $F(\lambda) > V(\lambda)$ sur $[\lambda^*, 1]$.

Nous pouvons résumer les résultats obtenus. Ainsi, en prenant pour critère, $\frac{1}{2}$ A $\psi^2 \geq W$, pouvons-nous définir une règle d'évaluation :

$$\frac{1}{2} A\psi^2 \geq W \Rightarrow \begin{cases} F(\lambda) > V(\lambda) \text{ si } \exists \lambda^* > 0 \text{ tel que } F(\lambda^*) = V(\lambda^*) \text{ et } \lambda \geq \lambda^* \\ \text{sinon } F(\lambda) < V(\lambda) \text{ sur } [0, \lambda^*[\end{cases} \tag{8c}$$

Cependant, pour $W > \frac{1}{2}$ A ψ^2, alors sur tout l'intervalle :

$$F(\lambda) < V(\lambda) \text{ pour } \lambda \in [0,1[. \tag{9c}$$

ANNEXE 5

Détail des six classes*

Classe 1
Bendejun
Peymeinade

Classe 2
Aspremont
Falicon
Le Rouret
Rigaud
Tourette-Levens

Classe 3
Bonson
Coaraze
Eze
Gilette
La Roquette sur Var
Mandelieu la Napoule

Classe 4
Berre des Alpes
Bezaudun les Alpes
Cabris
Cantaron
Cap d'Ail
Castagniers
Contes
Courmes
Coursegoules
La Trinité
Le Tignet
L'Escarène
Mouans Sartoux
Opio
Pégomas
Roquefort les Pins
Roquestéron
Saint Blaise
Saint Jeannet
Saint Martin du Var
Spéracèdes
Théoules sur Mer
Touët de l'Escarène
Tournefort
Valbonne
Vence

Classe 5
Antibes
Beaulieu sur Mer
Biot
Cagnes sur Mer
Cannes
Carros
Châteauneuf
Colomars
Drap
Gattières
Grasse
Le Bar sur Loup
Le Cannet
Menton
Nice
Roquebrune Cap Martin
Saint André de la Roche
Saint Jean Cap Ferrat
Saint Laurent du Var
Vallauris
Villefranche

Classe 6
Aiglun
Amirat
Andon
Ascros
Auribeau sur Siagne
Auvare
Bairols
Beausoleil
Gars
Gorbio
Gourdon
Gréolière
Guillaumes
Ilonse
Isola
La Bollène Vésubie
La Brigue
La Colle sur Loup
La Croix sur Roudoule
La Gaude
La Penne
La Roquette sur Siagne
La Tour sur Tinée
La Turbie
Lantosque
Le Broc
Le Mas
Les Ferres
Les Mujouls
Levens
Lieuche
Lucéram
Malaussène
Marie
Massoins
Mougins
Moulinet
Peille
Peillon
Péone
Pierlas
Pierrefeu
Puget Rostang
Puget Théniers
Revest les Roches
Rimplas
Roquebillière
Roquestéron Grasse
Roubion
Roure
Saint antonin
Saint Auban
Saint Cézaire sur Siagne
Saint Dalmas le Selvage
Sainte Agnès
Saint Etienne de Tignet
Saint Léger
Saint Martin d'Entraunes
Saint Martin Vésubie
Saint Paul
Saint Sauveur sur Tinée
Saint Vallier du Thiey
Sallagriffon
Saorge
Sauze
Seranon
Sigale
Sospel
Tende
Thiery
Toudon
Touët sur Var
Tourette du Château
Tourettes sur Loup
Utelle
Valdeblore
Valderoure
Venanson
Villars sur Var
Villeneuve d'Entraunes
Villeneuve Loubet

* Les communes concernées par un PPRIF sont soulignées.

ANNEXE 6

Liste des incendies de 1976 à 2003 pour la commune de Peymenade

Date	heure	surface
26 Juin 1976	14h	6 ha
29 Juillet 1976	16h	0,1 ha
21 Mars 1978	16h	0,3 ha
1er Octobre 1978	05h	0,5 ha
7 Décembre 1980	14h	1 ha
4 Janvier 1981	18h	6 ha
31 Janvier 1983	03h	0,3 ha
23 Août 1986	**14h**	**3 402 ha**
21 Février 1993	13h	6 ha
26 Mai 1993	15h	0,5 ha
6 Juillet 1993	18h	0,015 ha
18 Juin 1994	13h	0,05 ha
12 Août 1994	14h	0,01 ha
25 Août 1994	14h	2 ha
20 Mars 1995	15h	1 ha
8 Mai 1997	22h	2,3 ha
21 Juillet 1998	19h	0,1 ha
24 Juillet 1999	10h	0,005 ha
25 Juillet 1999	22h	0,0015 ha
26 Mars 2000	15h	0,15 ha
6 Juillet 2001	15h	0,001 ha
9 Septembre 2001	16h	0,025 ha
20 Avril 2002	15h	0,06 ha
28 Avril 2002	11h	0,03 ha